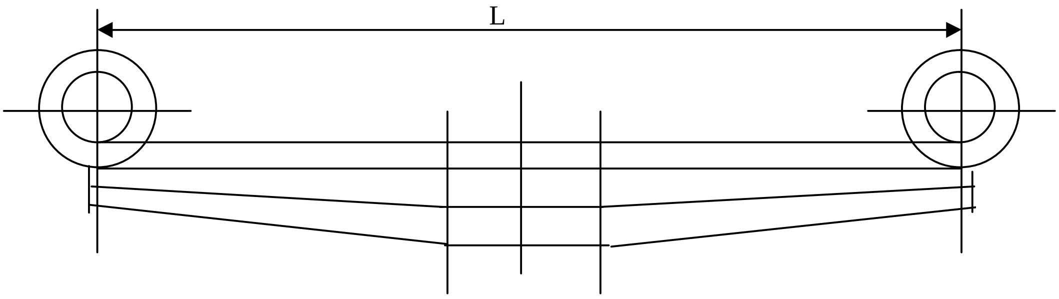
少片变厚断面钢板弹簧的设计

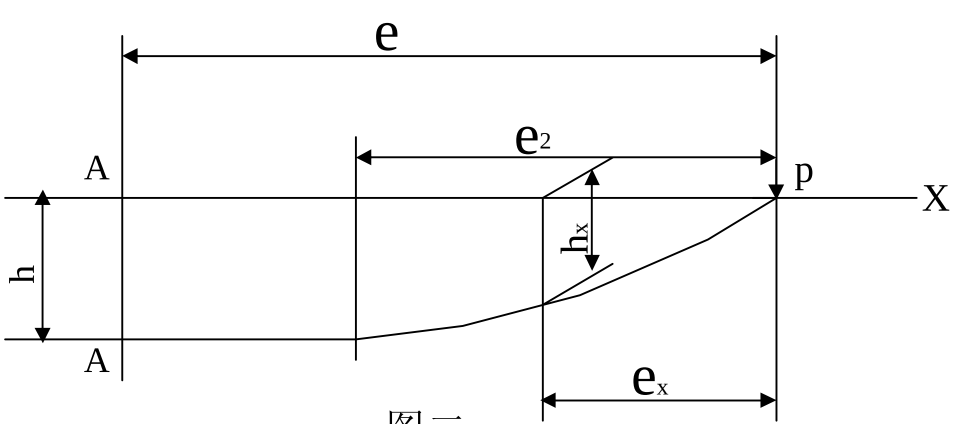
为减轻整车重量，使车辆轻量化，改善汽车的平顺性，作为汽车钢板弹簧易损件来说，是实现车辆轻量化的一个不可忽视的零件。因此，目前国内许多汽车越来越多地开始采用由一片或几片纵向变厚断面弹簧组成的少片弹簧。（见图一）



图一

现就宽度不变的抛物线叶片弹簧和梯形变厚叶片弹簧的刚度及其有关应力的计算介绍如下：

一、抛物线叶片弹簧（见图二）



图二

1、等应力梁

实际上抛物线叶片弹簧是一种等应力梁

设弹簧端部的载荷为 P，弹簧宽度为 B，那么弹簧中央部位 A—A 处的应力б A 则为：

$$\sigma_A=6Pe/Bh^2 \qquad \langle 1\rangle$$

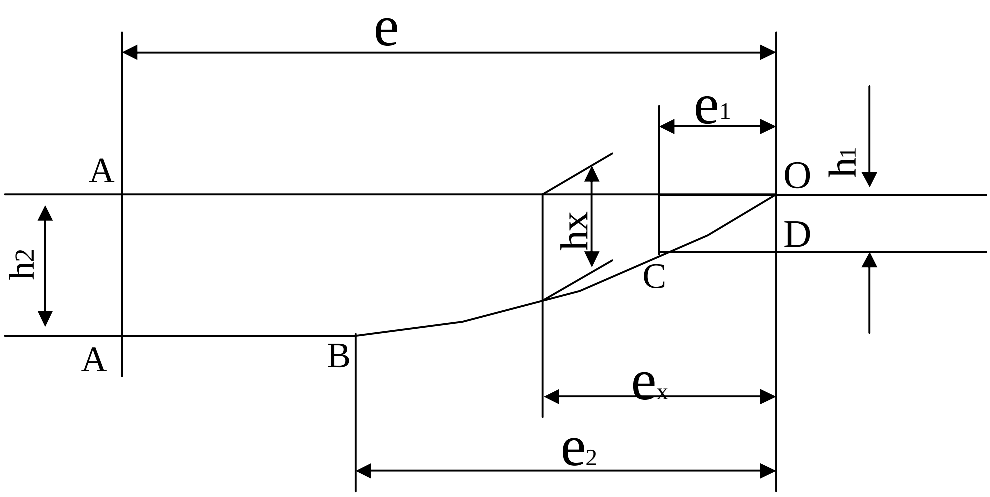
弹簧在任一截面 ex 处的应力б x 则为：

$$\sigma_x=6Pe_x/Bh_x^2 \qquad \langle 2\rangle$$

因弹簧是等应力梁,所以弹簧在任一截面处的应力均相等,由公式：〈1〉和公式〈2〉相等条件得到：

$$h_x=h\left(e_x/e\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \langle 3\rangle$$

由上式可看出，欲使弹簧在各截面处的应力相等。叶片弹簧各点厚度必须沿长度x方向做成抛物线形状。实际上，理想的抛物线弹簧是无法使用的，这种弹簧在端部不能承受剪应力，卷耳端部强度差，加工难。所以考虑卷耳端部的强度和弹簧中部实际装车夹紧状况，抛物线叶片弹簧应制成如下：见图三



图三

图中：A、B、C、D 部份弹簧厚度不变，而 B、C、O 部份弹簧厚度按抛物线变化。

2、抛物线叶片弹簧的刚度：

弹簧在任一截面处的惯性矩分别是

在（O—e_1）范围内 J_1 为常数

$$J_1=\frac{Bh_1^3}{12}\times n$$

式中：n　弹簧片数

在（e_1—— e_2）范围内，断面惯性矩 J_2 为 X 的函数。

$$J_2=\frac{Bh_x^3}{12}\times n$$

由公式〈3〉得：

$$J_2=\frac{Bh_2^3}{12}\times\left(\frac{e_x}{e}\right)^{\frac{3}{2}}\times n$$

在（e_2——e_1）范围内，J_3 为常数。

$$J_3=\frac{Bh_2^3}{12}\times n$$

由于在不同长度范围内惯性矩 $J_{值}$不同，经整理后刚度值为：

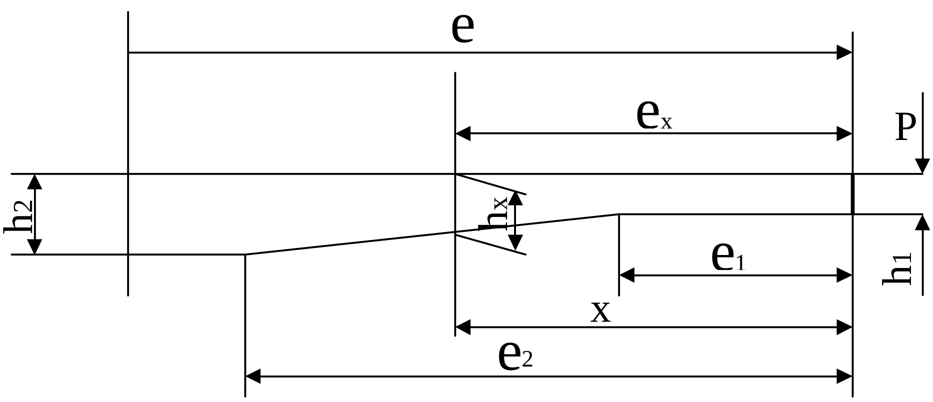
$$C=\frac{6EJ_3}{e^3}\cdot\frac{1}{\left(1+\left(\frac{e_2}{e}\right)^3\cdot K\right)}\cdot a$$

式中 a 断面修正系数，通常取 0.9

结论：事实上，抛物线叶片弹簧，在现实的汽车钢板弹簧

加工中，不能付诸实现，因此较多地采用的是梯形变厚断面代替抛物线变化的梁。

二、梯形变厚断面叶片弹簧见图四：



图四

从图四中可以看出叶片厚度沿长度方向呈线性变化，e_1和（$e-e_2$）长度分别为等厚断面，而（e_2-e_1）长度则按梯形变化。

当 $e_1 \leqslant x \leqslant e_2$ 时

$$\because \quad h_2-h_1/e_2-e_1= h_x-h_1/e_x-e_1$$

$$\therefore \quad hx=\frac{(e_x-e_1)(h_2-h_1)}{(e_2-e_1)}+h_1$$

设：$A=\dfrac{h_2-h_1}{e_2-e_1}$ $F=\dfrac{h_1e_2-e_1h_1}{e_2-e_1}$

则：$hx=Ax+F$

在梯形变厚断面弹簧中，任一截面处的惯性矩是：

在 $0 \leqslant X \leqslant e_1$　　$J_1 = \dfrac{Bh_1^3}{12} \cdot n$　　常数

在 $e_1 \leqslant X \leqslant e_2$　　$J_2 = \dfrac{B(A_X+F)^3}{12} \cdot n$

在 $e_2 \leqslant X \leqslant e$　　$J_3 = \dfrac{Bh_2^2}{12} \cdot n$　　常数

经整理：$$f = \frac{Pe^3}{3EJ_3} \cdot [1+(e_2/e)^3 \cdot K] \qquad \langle 5 \rangle$$

当长度为 2e 时，梯形变厚断面弹簧其刚度值是：

$$C = \frac{2P}{f} \qquad \langle 6 \rangle$$

由公式〈5〉和〈6〉得到，梯形变厚断面弹簧的刚度值为

$$C = \frac{6EJ_3}{e^3} \cdot \frac{1}{[1+(e_2/e)^3 \cdot K]} \cdot a \qquad \langle 7 \rangle$$

式中：

a：断面修正系数　　　取 0.9

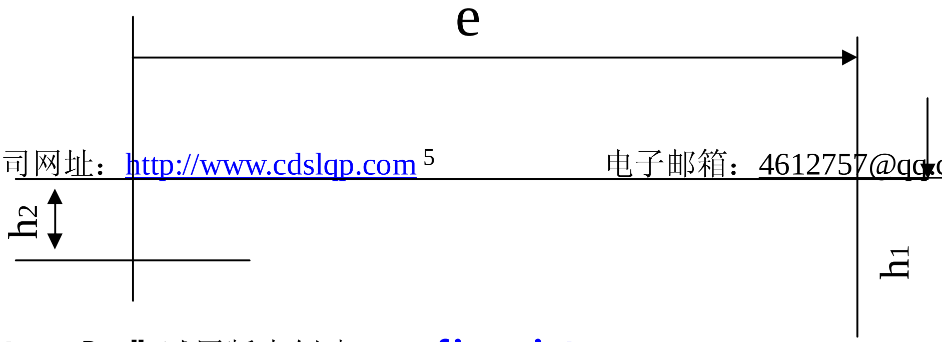
k：变形修正系数，其值为：

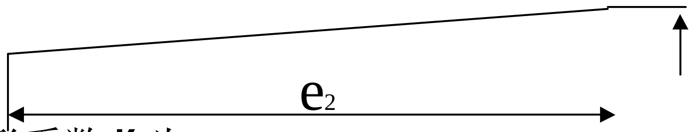
$$K = y^3 - 1.5\frac{(1-\partial)^3}{(1-\beta)^3} \cdot \left[2e_n\beta + 4\frac{(1-\beta)(1-y)}{(1-\partial)} - \frac{(1-y)^2(1-\beta^2)}{(1-\partial)^2}\right]^{-1}$$

〈8〉

式中：$\partial = e_1/e_2$　　$\beta = h_1/h_2$　　$y = \partial/\beta$

如果当 $e_1=0$　　则 $\partial=0$　见图五





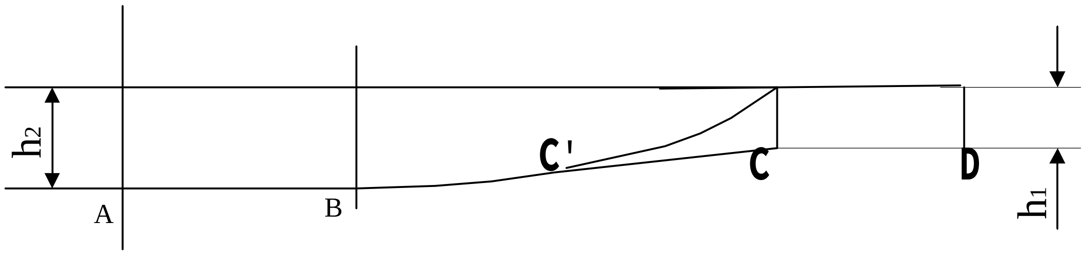
其公式〈8〉变形系数 K 为：

图五

$$K=-\left[1.5\frac{2e_n\beta+(1-\beta)(3-\beta)}{(1-\beta)^3}+1\right] \qquad (9)$$

三、弹簧最大应力点位置及最大应力

设弹簧在 BC'长度内，厚度按抛物线 BC'规律变化，过 B 点作抛物线 BC'切线得到梯形梁 A、B、C、D 如图六：



图六

由于梯形梁 BC 长度上,任一点处的厚度均大于抛物线上对应点的厚度，所以梯形梁上任一截面处的应力均小于抛物线对应点的应力。

$$бx=\frac{6Pe_x}{Bh_x^2\cdot n} \qquad 〈10〉$$

由于抛物线任一点的应力均相等，且等于 B 点处的应力，因抛物线 hx 处的斜率为$\frac{1}{2}\cdot\frac{h_2}{e_2}$

即：

$$\frac{h_2-h_x}{e_2-e_x}=\frac{1}{2}\cdot\frac{h_2}{e_2} \qquad 〈11〉$$

当弹簧端部厚度 $h_x=h_1$，由〈11〉式，e_1^1值应为

$$e_1^1=e_2（2\beta-1） \qquad 〈12〉$$

式中：

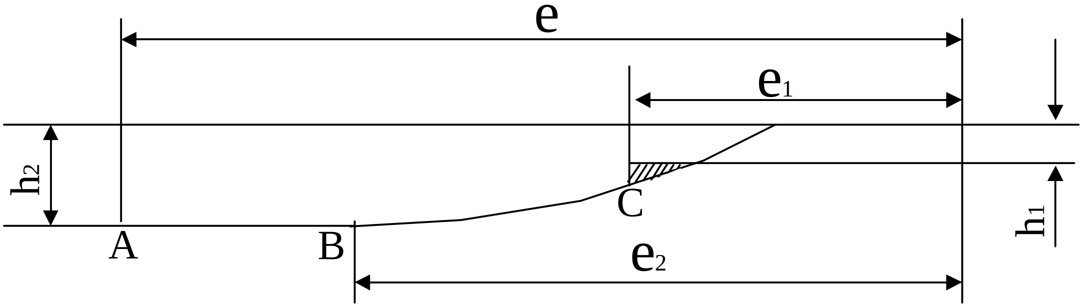
$$\beta=\frac{h_1}{h_2}$$

判定：如果梯形梁过 B 点与抛物线相切，那么梯形梁等厚部分的长度：

$$e_1^1=e_2（2\beta-1）$$

设梯形梁的实际等厚部份长为 e_1，当 $e_1 \leqslant e_1^1$时，梯形梁在（e_2—e_1）区间内，任一应力均小于或等于 B 点处的应力

反之，当 $e_1 > e_1^1$ 时，由于梯形梁的直线部份与抛物线 BC' 相割，如图七：



图七

这时相割部份的梯形梁厚度有小于抛物线对应点的厚度，这样梯形梁有部份应力要大于抛物线对应点的应力，即大于 B 点处的应力。那么弹簧最大应力点位置 X 为：

$$X=\frac{h_1\bullet e_2-h_2\bullet e_1}{h_2-h_1} \qquad 〈13〉$$

弹簧最大应力点位置确定后，则弹簧最大应力，可按下式求得：

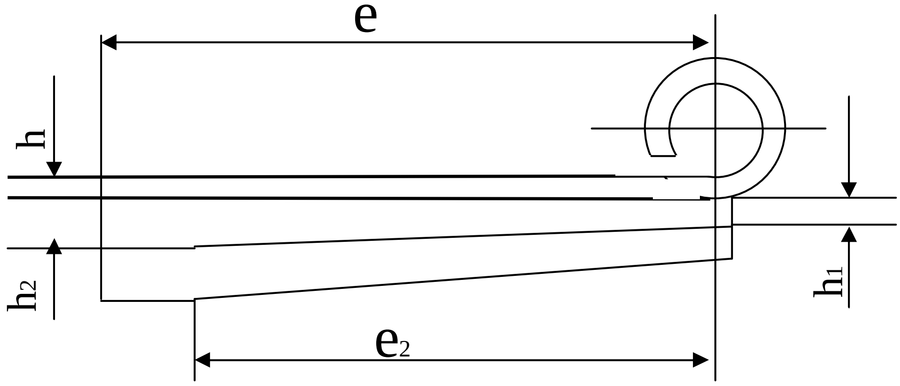
$$\sigma_{max}=1.5\frac{P}{XBn}\bullet(\frac{e_2-e_1}{h_2-h_1})^2 \qquad <14>$$

如果弹簧最大应力不是发生在 e_2-e_1 区间内,那么弹簧在 B 点处的应力为:

$$\sigma_B=\frac{6Pe_2}{Bh_2^2\cdot n} \quad <15>$$

四、主片等厚断面的少片弹簧:

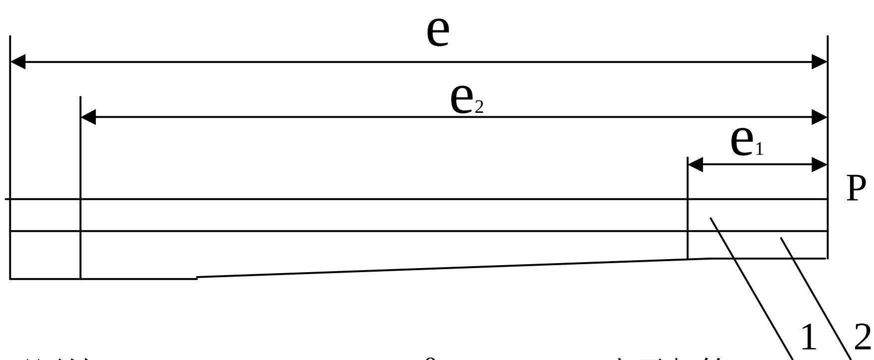
在少片弹簧设计时,有些少片弹簧往往采用了主片等厚叶片。而其它各片则采用变厚断面弹簧,见图八。选择这种组合式方案,其一,是考虑弹簧卷耳处强度;其二,有利于弹簧的主片和少片进行通用、互换,可满足不同车型的需要;其三,也有利于弹簧的生产和制造。



图八

1、主片等厚断面的少片弹簧刚度分析:

等厚少片弹簧刚度计算时,可以简化为由等厚断面梁 1 和梁 2 组成的复合弹簧进行分析,见图九:



图九

设弹簧载荷 P，把梁$_1$、梁$_2$看成是两个并联弹簧组成的复合弹簧。由于弹簧在载荷 P 的作用下，弹簧端 P 的变形相同。设等厚断面梁$_1$的刚度为 C_1，变厚断面梁的刚度是 C_2，那么该弹簧的复合刚度应为：

$$C_{组}= C_1+ C_2$$

即：复合弹簧刚度值 C 组，由各片等长弹簧的刚度值之和，所以如果知道梁$_1$和梁$_2$的刚度，那么复合弹簧的刚度也就可以求出来了。

2、主片等厚断面少片弹簧刚度值计算。

设：等厚弹簧片数 n，变厚弹簧片数 m，弹簧片宽为 B，如图八所示：

〈a〉 等厚叶片弹簧的刚度 C_1

$$C_1=\frac{6EJ}{e^3}\bullet a$$

〈**b**〉 变厚断面弹簧的刚度 C_2

$$C_2=\frac{6EJ_2}{e^3}\bullet\frac{1}{[1+(\frac{e_2}{e})^3\bullet K]}\bullet a$$

〈C〉 弹簧复合刚度 C 组

$$C_{组}=\frac{6EJ}{e^3}\bullet\left[1+\frac{M}{\varnothing^3 n[1+(\frac{e_2}{e})^3\bullet K]}\right] \quad 〈16〉$$

式中：$\varnothing=\frac{h}{h_2}$

M=变厚弹簧片数
n=等厚弹簧片数
J=等厚叶片弹簧惯性矩

说明:

1、在弹簧刚度确定的前提下，为降低应力和改善应力分布状况，及减少弹簧质量，一般力求增大等厚部分 e_1 的长度,但是在加大 e_1 后，弹簧在 e_1 区段内的应力可能会增大.所以选择 e_1 时必须适当。

2、少片弹簧的设计，除要计算弹簧最大应力外，还要校核弹簧夹紧处的应力。

附例题:

使用符号规定:

e:弹簧伸直长度之半

e_1:厚度为 h_1 的等厚长度

(e_2—e_1)：梯形部份长度

h_1：弹簧端部厚度

h_2：弹簧中部厚度

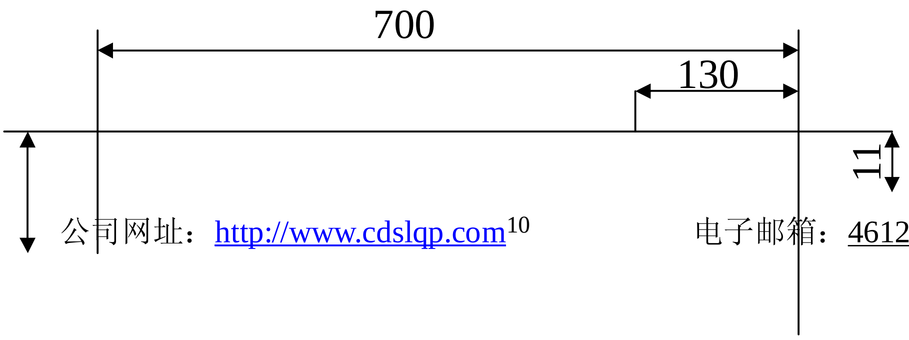
h_x：距载荷作用点 X 处的厚度

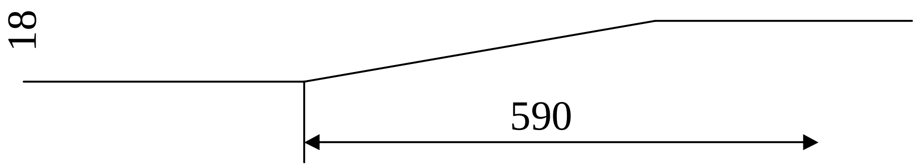
B：弹簧宽度

n：弹簧片数

p：作用在弹簧端部的载荷

例 1：计算 XMQ6790 前该总成 n=3,第一片如图所示：





第一片参数：$e=700$　$e_1=130$　$e_2=590$　$h_1=11$

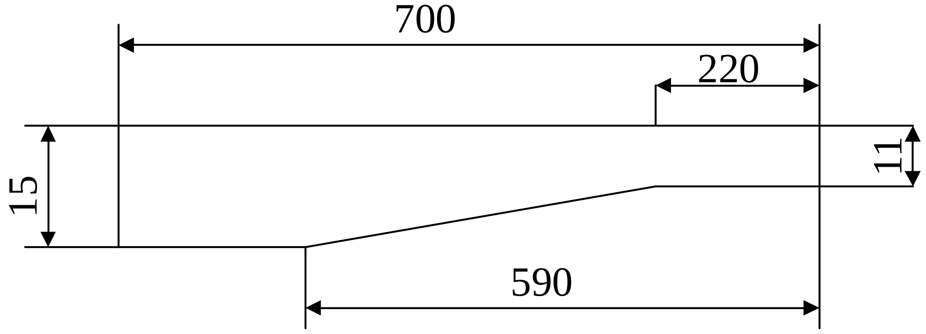
$h_2=18$　$B=75$　$n=1$

$\boldsymbol{\partial=0.2203}$　$\beta=0.6111$　$y=0.3605$

由公式(8),计算 K=0.6248

由公式(7),计算该簧单片刚度值 85.95N/mm

第二、三片参数如图：



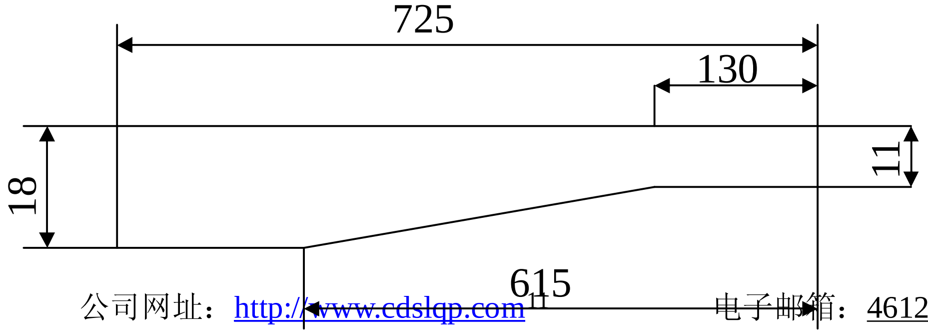
$\boldsymbol{\partial=0.3729}$　$\beta=0.7333$　$y=0.5085$

由公式(8),计算 K=0.4612

由公式(7)计算第二.三片刚度值 107.11N/mm

即 XMQ6790 前总成的刚度值 $C_{组}=193.06$N/mm

例 2.XMQ6790 后总成,该总成宽度 B=75,n=4 形状示意图如下:



$\partial=0.2114$　　$\beta=0.6111$　　$y=0.3459$

由公式（8），计算 K=0.6088

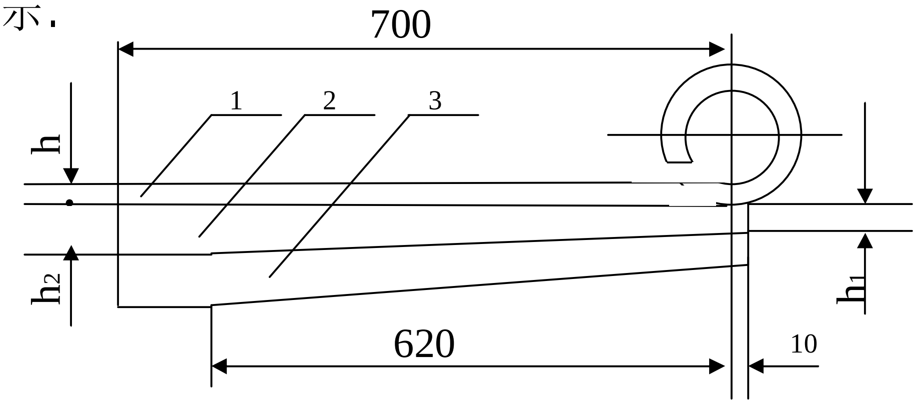
由公式(7),计算刚度值 C:=310N/mm

由公式(12),式判别弹簧最大应力点位置:

$e_1^1=e_2(2\beta-1)=136.65$

$\because e_1 \leqslant e_1^1$　则任一应力均小于 B 点处的应力,即最大应力在 B 点处.

例 3:该总成由等厚弹簧 1 和变厚断面弹簧 1.2 组成,如图所示.



主片等厚断面的少片弹簧

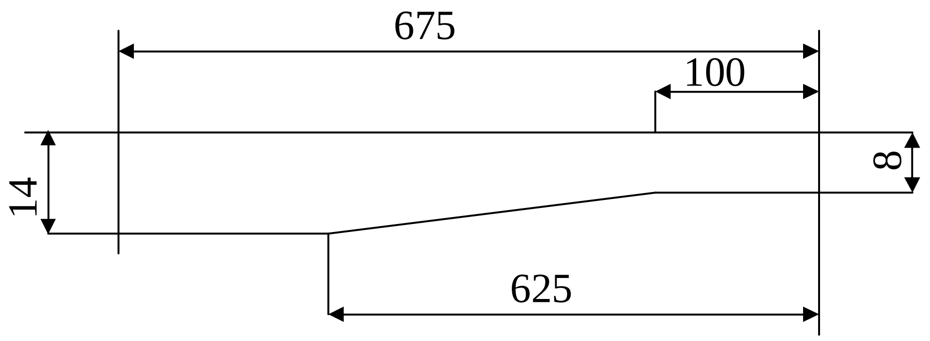
弹簧尺寸符号:

b=75　　**h=10**　　**n(等厚片)=1**

h_1=9　　**h_2=16**　　M(变厚片)=2

由公式(9),计算 K 值 0.5125,将 K 值代入公式(16)得刚度值 C 组=142.55N/mm

例 4:该簧总成示意如图所示



B=76　　n=3　　β **=0.5714**　　∂=0.16　　y=0.28

由公式(8),计算 K 值 0.6549,将 K 值代入公式(7),刚度值 C=123.97N/mm

弹簧应力计算:首先判定弹簧最大应力点位置,由公式(12)

$e_1^1=e_2(2\beta-1)$

$e_1^1=89.25$

$\because e_1 > e_1^1$ 所以弹簧最大应力在(e_2—e_1)区间,由公式(13),计算得到弹簧最大应力点位置,X=600

弹簧最大应力点位置确定后,设弹簧载荷 P=492.5kg 则可按公式(14)求出弹簧最大应力 σ_{max}=4134.5kg/cm^2 .

二 00 四年十一月十日